

基于连续介质模型的隧道衬砌结构可靠性研究

伍国军¹, 陈卫忠^{1,2}, 刘豆豆^{2,3}, 谭贤君¹

(1. 中国科学院 武汉岩土力学研究所, 武汉 430071; 2. 山东大学 岩土与结构工程研究中心, 济南 250061;

3. 山东财政学院工商管理学院, 济南 250014)

摘 要: 基于连续介质力学模型, 提出了一种简单易行的可靠性分析方法, 该方法能利用现行通用的有限元程序, 能得到显式的功能函数, 但又不同于响应面法。以公路隧道圆形隧洞的开挖支护为例, 采用此方法将围岩参数 c (黏聚力)、 E , ϕ 和二次衬砌厚度 D 作为随机变量, 采用有限元程序得到单一变量变化下的衬砌轴应力值, 进而拟合出衬砌轴应力关于单一随机变量的关系式, 并通过多元线性或非线性回归得到衬砌轴应力关于所有随机变量的显示表达式, 再对圆形隧洞的衬砌结构进行了敏感性和可靠性分析, 得到了一些有意义的结论。

关 键 词: 隧道; 连续介质力学; 可靠性; 有限元法

中图分类号: TU 443

文献标识码: A

Reliability analysis of tunnel lining based on continuum model

WU Guojun¹, CHEN Weizhong^{1,2}, LIU Doudou^{2,3}, TAN Xianjun¹

(1. Institute of Rock and Soil Mechanics, Chinese Academy of Sciences, Wuhan 430071, China; 2. Research Center of Geotechnical and Structural Engineering, Shandong University, Jinan 250061, China; 3. School of Business Administration, Shandong Institute of Finance, Jinan 250014, China)

Abstract: Based on continuum mechanical model of rock mass, a new reliability analysis method is suggested to obtain an explicit expression which can fit practical needs, the new method makes it possible to use commercial FEM code and it differs from response-surface-method(RSM). The suggested method is applied to analyze a circular tunnel considering variation of mechanical parameters. Mechanical parameters c , E , ϕ and lining thickness D is considered as random variables. The variation law of axial stress in concrete lining with the variables is obtained; and multiple linear and nonlinear regression methods are applied to obtain the final expression of the axial stress in lining with all the variables. The sensitivity and reliability analysis of a circular tunnel is made with the method. Some conclusions are drawn from the research work.

Key words: tunnel; continuum mechanics; reliability; finite element method

1 引 言

在隧道和地下工程中, 目前常用的可靠性分析模型是荷载-结构模型和连续介质模型。荷载-结构模型认为, 支护结构承受围岩产生的荷载, 围岩约束支护结构的变形而产生被动抗力, 这一模型目前在国内外得到了广泛应用, 具有重要的现实意义, 并可为应用该模式进行基于可靠度理论的隧道设计规范修订提供理论依据^[1], 但它将围岩和结构割裂开来, 衬砌作为受力的对象, 围岩和结构并未作为整体而共同受力; 而连续介质模型则能较好的体现新奥法的思想, 充分发挥和利用围岩的自承能力,

衬砌与围岩形成整体共同受力的统一体系, 用二次衬砌加强支护体系, 进一步约束围岩变形, 共同承受地层流变或松散压力^[2]。在求算作用效应的统计特征时, 常用的基于连续介质模型的方法是随机有限元法和响应面法: 随机有限元法是随机分析理论与有限元方法相结合的产物, 在结构可靠度分析中被广泛地应用^[3~9], 特点是计算量非常大, 需通过程序实现, 且对于变异性大的随机变量, 难以收敛; 响应面法是采用一个适当的修匀函数来近似地表示一个未知函数关系, 将各随机变量看作试验因子, 用有限次结构计算的结果来拟合一个响应面以代替未知的真实的功能函数。响应面法能得到具有显示

表达式的功能函数,但对于多随机变量时计算量非常大,且设定函数大都形式单一,对于不同的隧道结构形式和较为复杂的应力状态,不能真实地表达结构的功能函数。

2 隧道可靠性计算方法介绍

受到响应面法理论的启发,提出了一种针对不同隧道均可以采用的较为实用的可靠性分析方法:针对工程中勘测得到的岩体参数范围值,当把某些参数作为随机变量时,在这些参数的范围值中,分别选取一系列的参数值。此处,不对这些参数值进行参数组合,而是令其他随机变量都取定值时,利用有限元程序得到结构响应量关于单一随机变量变化的一系列值,进而拟合出单一变化函数。同理,可得到结构响应量关于其他随机变量的单一变化函数,然后从中提取能反映结构响应量关于随机变量变化关系的有价值的因子进行组合,得到结构响应量关于所有随机变量的含有待定系数的表达式,利用多元线性或非线性回归求出这些待定系数值,得到结构响应量关于随机变量的显示表示式,最后进行可靠度计算^[10]。

这种新的可靠度分析方法不仅同样能得到具有显示表达式的功能函数,而且能根据得到的结构响应量关于单一随机变量的变化函数,对随机变量进行敏感性分析,得到随机参数对结构响应量的影响大小,这对于工程设计具有重要的指导意义。

3 基于连续介质模型的圆形隧洞衬砌结构可靠性分析

根据前述的可靠性分析方法,以单洞圆形隧道开挖为例,介绍这种方法的具体使用。首先数值模拟圆形隧道开挖支护的全过程,以围岩参数 c (黏聚力)、 E (弹性模量)、 ϕ (内摩擦角)和二次衬砌厚度 D 作为随机变量,考虑在单因素变化下对应的衬砌轴应力 σ 值,然后进行敏感性分析,通过多元回归得到 σ 关于所有变量的关系式,最后对隧道衬砌结构进行可靠性分析。

3.1 模型建立

为简化分析,所建模型尺寸 $60\text{ m}\times 60\text{ m}$,隧洞开挖直径为 10 m ,模型边界在 X 、 Y 方向均受同等的压应力 1.8 MPa ,边界条件为底边固定约束。网格模型如图1。

隧洞埋深 100 m ,属II类围岩,首先建立初始应力的平衡,然后模拟开挖,假定圆洞开挖后释放 60% 的载荷,支护施作预应力锚杆先期承受 5% 的释放荷载,最后与衬砌同时承担剩余 35% 的荷载。数值模拟时,预应力锚杆采用杆单元,锚杆直径 $\phi 25\text{ mm}$,布置间距 1.30 m ,垂直于洞周,预应力为 80 kN ,衬砌采用梁单元模拟。支护材料参数如表1所示。

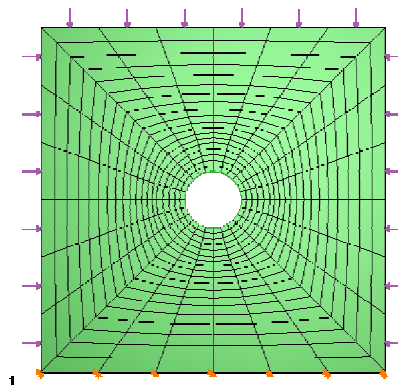


图1 模型网格图
Fig.1 Mesh map of model

3.2 衬砌结构敏感性分析

为得到应力关于 c 、 ϕ 、 E 和 D 的功能函数,首先,我们需要对其进行单因素分析,即在其他随机变量都取定值的情况下,分析应力关于某一随机变量的变化规律,得到应力在单因素情形的表达式。

表1 锚杆和衬砌材料参数表

Table 1 Mechanical parameters of prestressed anchors and liners

预应力锚杆			衬砌		
E/GPa	μ	$\rho/\text{g}\cdot\text{cm}^{-3}$	E/GPa	μ	$\rho/\text{g}\cdot\text{cm}^{-3}$
210	0.3	7.8	28	0.27	2.5

针对II类围岩,取 c 、 ϕ 、 E 、 D 在一定范围内的定值,利用有限元程序计算出单因素变化条件下衬砌轴应力值。如表2(注:在用有限元程序计算单因素变化条件下衬砌轴应力值时,其他随机变量取最低值,例如:当 c 变化时, ϕ 、 E 、 D 分别取 20° 、 $1\,200\text{ MPa}$ 、 0.4 m)。

对于衬砌结构,其截面任何一点的应力状态都是一致的,因此,可随意取一单元进行可靠指标的分析,本文取单元505(最上端)进行分析。如图2。计算得到基本变量在单因素变化下的不同衬砌轴应力值(见表2)。

表 2 单因素变化下的衬砌轴应力值

c/MPa	σ/MPa	$\phi/(^{\circ})$	σ/MPa	E/MPa	σ/MPa	D/m	σ/MPa
0.10	-7.59	20	-7.59	1200	-7.59	0.40	-7.59
0.12	-7.53	21	-7.55	1300	-7.57	0.45	-6.76
0.14	-7.45	22	-7.51	1400	-7.56	0.50	-6.10
0.16	-7.38	23	-7.49	1500	-7.54	0.55	-5.56
0.18	-7.27	24	-7.45	1600	-7.52	0.60	-5.10
0.20	-7.23	25	-7.40	1700	-7.51	0.65	-4.72
0.22	-7.09	26	-7.36	1800	-7.49	0.70	-4.38
0.24	-7.05	27	-7.33	1900	-7.48	0.75	-4.09
0.26	-6.98	28	-7.24	2000	-7.46	0.80	-3.84
-	-	29	-7.21	-	-	-	-
-	-	30	-7.19	-	-	-	-

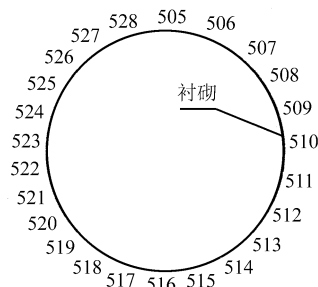


图 2 衬砌截面单元号

Fig.2 The section element number of lining

对上表数值进行拟合, 得到相应的拟合函数。

(1) σ 关于 c 的函数:

$$\sigma = 12.47 - 20.48 \times e^{-0.20c} \quad (1)$$

相关指数 $R^2=0.990$;

(2) σ 关于 ϕ 的函数:

$$\sigma = -3.29 - 5.28 \times e^{-0.01\phi} \quad (2)$$

相关指数 $R^2=0.985$;

(3) σ 关于 E 的函数:

$$\sigma = -6.764 - 1.05 \times e^{-0.0002E} \quad (3)$$

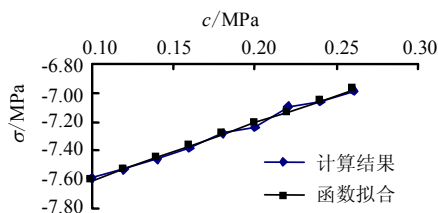
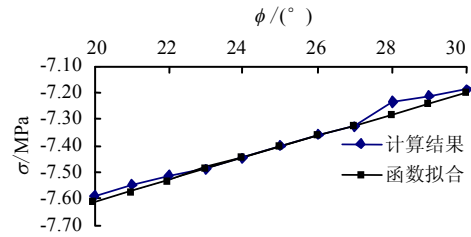
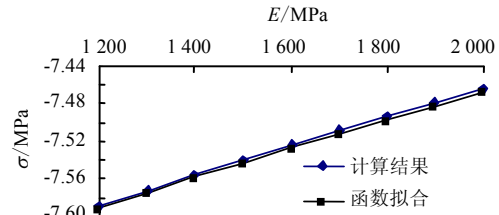
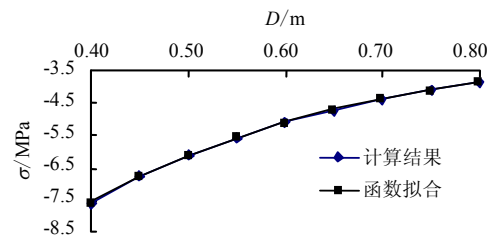
相关指数 $R^2=0.999$;

(4) σ 关于 D 的函数:

$$\sigma = -2.64 - 19.98 \times e^{-3.50D} \quad (4)$$

相关指数 $R^2=1.0$ 。

计算结果与函数拟合的曲线图见图 3~6。

图 3 单因素下 σ 随 c 的变化规律图Fig.3 Axial stress of lining varying with c 图 4 单因素下 σ 随 ϕ 的变化规律图Fig.4 Axial stress of lining varying with ϕ 图 5 单因素下 σ 随 E 的变化规律图Fig.5 Axial stress of lining varying with E 图 6 单因素下 σ 随 D 的变化规律图Fig.6 Axial stress of lining varying with D

根据得到的单因素下的拟合函数, 可分析 c , ϕ , E , D 等变量的变化对衬砌轴应力的影响程度。在此, 我们定义敏感度:

$$S_{\sigma} = \frac{\Delta \sigma}{\Delta t} \frac{t_0}{\sigma_0} \quad (5)$$

式中 S_{σ} 为应力敏感度; t_0 为变量 t 取某个定值; σ_0 为 t_0 时对应的应力值。

按照敏感度的定义, 可分析 σ 关于 c , ϕ , E , D 的敏感度, 见表 3。

由表可知, S_{σ} 随着 c , ϕ , E 的增加而增加, 但呈反方向而变化, 亦即当 c , ϕ , E 增加时, 衬砌轴应力减小越来越快; 敏感度 S_{σ} 关于 D (衬砌厚度) 呈抛物线变化, 在 $D=0.55$ m 左右 S_{σ} 量值最大, 即在 $D=0.55$ m 时衬砌轴应力 σ 变化的最快。见图 7。

3.3 隧道衬砌结构可靠性分析

为对衬砌结构进行可靠性分析, 在得到了单因素变化下的衬砌轴应力函数后, 需进一步拟合得到多因素下的应力函数。根据单因素拟合的特征规律, 可假定多因素下衬砌轴应力函数为以下形式:

表 3 S_σ 随 c 增加的变化表
Table 3 Sensitivity S_σ varying with c, ϕ, E, D

c/MPa	S_σ	$\phi/(\circ)$	S_σ	E/MPa	S_σ	D/m	S_σ
0.10	-0.05	20	-0.11	1200	-0.03	0.40	-0.84
0.12	-0.06	21	-0.12	1300	-0.03	0.45	-0.88
0.14	-0.07	22	-0.12	1400	-0.03	0.50	-0.91
0.16	-0.09	23	-0.13	1500	-0.03	0.55	-0.93
0.18	-0.10	24	-0.13	1600	-0.03	0.60	-0.93
0.20	-0.11	25	-0.14	1700	-0.03	0.65	-0.91
0.22	-0.12	26	-0.14	1800	-0.03	0.70	-0.89
0.24	-0.13	27	-0.15	1900	-0.04	0.75	-0.85
-	-	28	-0.15	2000	-	0.80	-
-	-	29	-0.16	-	-	-	-

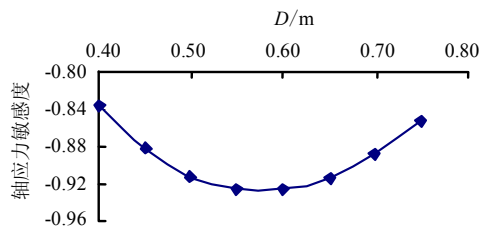


图 7 S_σ 随着 D 值的变化趋势
Fig.7 Sensitivity S_σ varying with D

$$\sigma = A_1 + A_2 \times e^{-0.20c} + A_3 \times e^{-0.01\phi} + A_4 \times e^{-0.000\ 2E} + A_5 \times e^{-3.50D} \quad (6)$$

式中 A_1, A_2, A_3, A_4, A_5 为待求系数。

为求以上待求系数, 需对其进行多因素回归分析。尽管衬砌轴应力 σ 关于基本变量 c, ϕ, E, D 并不为线性关系, 但我们可令

$$c' = e^{-0.20c}; \quad \phi' = e^{-0.01\phi}; \quad E' = e^{-0.000\ 2E}; \quad D' = e^{-3.50D} \quad (7)$$

这样 σ 关于 c', ϕ', E', D' 就呈线性关系了。故可以进行线性多元回归分析。

回归后的衬砌轴应力表达式为

$$\sigma = 24.25 - 20.66 \times e^{-0.20c} - 6.41 \times e^{-0.01\phi} - 2.727 \times e^{-0.000\ 2E} - 16.82 \times e^{-3.50D} \quad (8)$$

得到应力函数后, 根据承载能力极限状态建立功能函数。根据现行隧道设计规范的衬砌截面抗拉和抗压检算式, 建立衬砌截面抗拉极限状态方程和抗压极限状态方程。当偏心矩 $e_0 \leq 2d$ (d 为衬砌厚度) 时, 截面由抗压强度控制承载能力, 相应的抗压极限状态方程为

$$z_a = N_{\text{极限}} - N = K_{PR} \alpha b d R_a - N = 0 \quad (9)$$

式中 $N_{\text{极限}}$ 为衬砌混凝土所能承受的极限轴力(即抗力); N 为计算所得的截面轴力(即荷载效应); K_{PR}

为抗力计算模式不定性; b 为纵向宽度, 取 $b=1\text{ m}$; d 为截面厚度; R_a 为混凝土极限抗压强度; α 为偏心影响系数。 α 的概率分布为正态, 均值和变异系数计算公式为^[11]

$$\mu_\alpha = 1.0 + 0.65(e_0/d) - 12.57(e_0/d)^2 + 5.44(e_0/d)^3 \quad (10)$$

$$\delta_\alpha = 0.156 + 0.9(e_0/d) - 2.87(e_0/d)^2 + 3.05(e_0/d)^3 \quad (11)$$

当偏心矩 $e_0 > 0.2d$ 时, 截面由抗拉强度控制承载能力, 相应的抗拉极限状态方程为

$$z_1 = 1.75R_l - k_{ps} \left[\frac{6M}{bd^2} - \frac{N}{bd} \right] = 0 \quad (12)$$

式中 R_l 为混凝土极限抗拉强度; k_{ps} 为荷载效应计算模式不定性; 其余变量含义同上。

这里, 假定衬砌为钢筋混凝土材料, 不考虑材料强度本身的随机变化, 由相关资料可认为混凝土轴心抗压强度为 12.5 MPa , 由于此处 $e_0 \leq 2d$, 可按材料承载能力极限状态进行计算。因此, 功能函数可表示为

$$z = 12.5 \times K_{PR} \times \alpha - \sigma = 12.5 \times K_{PR} \times \alpha - (24.252 - 20.66 \times e^{-0.20c} - 6.406 \times e^{-0.01\phi} - 2.727 \times e^{-0.000\ 2E} - 16.82 \times e^{-3.50D}) \quad (13)$$

对于 II 类围岩, 参照相关资料, 可基本得到以下随机变量的统计特征见表 4。

表 4 随机变量统计特征表
Table 4 Statistical nature of random variables

类别	凝聚力 c/MPa	内摩擦角 $\phi/(\circ)$	弹性模量 E/MPa	K_{PR}
均值	0.15	25	1500	1.0
标准差	0.05	3	400	0.15
分布规律	正态	正态	正态	正态

对于 II 类围岩, 衬砌厚度 D 的设计值一般大约为 $0.5 \sim 0.7\text{ m}$ 厚度左右, 因此, 可以计算分析衬砌结构在 $D=0.5, 0.6, 0.7\text{ m}$ 情况下应力关于基本变量 (c, ϕ, E) 的可靠度。见表 5。

表 5 不同厚度时得到的衬砌可靠度和失效概率
Table 5 Reliability and failure probability of liner with different thicknesses

衬砌厚度 D/m	β	失效概率 $f/\%$
0.5	2.26	1.2
0.6	2.62	0.5
0.7	2.87	0.2

从以上分析可知: 圆形隧洞开挖后, 围岩出现了塑性区, 范围大约 4 m 左右, 洞周最大合位移为 1.02 cm; 衬砌轴应力 σ 关于 c , ϕ , E 的敏感度, 随着 c , ϕ , E 的增加, 量值越来越大, 但呈反关系变化, 而衬砌轴应力 σ 关于 D (衬砌厚度) 呈抛物线变化, 在 $D=0.55$ m 左右 S_σ 最敏感; 衬砌结构可靠度计算中, 取 $D=0.5$, 0.6 , 0.7 m 三种不同厚度情况下, 得到的衬砌轴应力可靠度分别是 2.26, 2.62, 2.87, 由此可见, 随着衬砌厚度的加大, 衬砌结构可靠性越好。

4 结 语

基于“连续介质”模型, 提出了一种简单易行的可靠度分析方法, 该方法利用现行较为通用的有限元计算程序, 能得到显式的功能函数, 但又不同于响应面法。响应面法得到的功能函数形式比较单一, 主要是多项式拟合, 且对于较多的基本随机变量, 计算量非常大, 而本文所采用的分析方法, 思路清晰, 在求功能函数时是根据单因素分析时得到的表达式中的重要因子, 合理组合, 通过线性或非线性回归得到最终的功能函数。从整个过程来看, 计算量并不算大, 不失为一种快速有效的计算可靠度的方法。

参 考 文 献

- [1] 谭忠盛. 隧道支护结构体系可靠度理论研究及工程应用[D]. 成都: 西南交通大学, 2000.
- [2] 李敏. 海底隧道衬砌结构可靠度研究[D]. 北京: 北京交通大学, 2005.
- [3] 刘更, 吴立言, 彭雄奇. 拟纯概率有限元法的研究[J]. 计算结构力学及其应用, 1995, 12(4): 379—386.
LIU Geng, WU Li-yan, PENG Xiong-qi. Study on quasi-pure probabilistic finite element method[J]. *Computational Structural Mechanics and Applications*, 1995, 12(4): 379—386.
- [4] 谭忠盛, 高波, 关宝树. 偏压隧道衬砌结构可靠度分析[J]. 西南交通大学学报, 1996, 12(6): 595—601.
TAN Zhong-sheng, GAO Bo, GUAN Bao-shu. The structural reliability analysis of bias tunnel lining[J]. *Journal of Southwest Jiaotong University*, 1996, 12 (6): 595—601.
- [5] Makoto Suzuki. Stochastic finite element method for slope stability analysis[J]. *Structural Safety*, 1987, (4): 111—129.
- [6] W Q Zhu. Stochastic FEM based on local averages of random vector fields[J]. *Journal of Engineering Mechanics*, 1992, SCE, 118(3): 496—511.
- [7] Jun Zhang, Bruce Ellingwood. Orthogonal series expansions of random fields in reliability analysis[J]. *Journal of Engineering Mechanics*, ASCE, 1994, 120(12): 2 660—2 677.
- [8] Giora Maymon. Direct computation of the design point of a stochastic structure using a finite element code[J]. *Structural Safety*, 1994, 14: 185—202.
- [9] Tan Zhongsheng. Improved Monte-Carlo method for structural reliability analysis of tunnel lining[A]. *Proceedings of the World Tunnel Congress'98 on Tunnels and Metropolises*[C]. Brazil: [s. n], 1998. 305—309.
- [10] 伍国军. 公路隧道衬砌结构可靠性研究[D]. 武汉: 中国科学院研究生院, 2006.
- [11] 谭忠盛, 王梦恕. 隧道衬砌结构可靠度分析的二次二阶矩法[J]. 岩石力学与工程学报, 2004, 23(13): 2 243—2 247.
TAN Zhong-sheng, WANG Mengshu. Second-order second-moment method for structural reliability analysis of tunnel lining[J]. *Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering*, 2004, 23(13): 2 243—2 247.